

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale

---

**Tempo a disposizione: 90 minuti**

---

**Esercizio 1.** Sia data la funzione

$$f(x) = \log|x| - \log(x^2 + 4).$$

Determinare il dominio della funzione, le eventuali simmetrie e gli eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui. Studiare la monotonia della funzione, determinando gli eventuali punti di estremo relativo/assoluto e calcolando il valore che  $f$  assume in questi punti. Che cosa si può dire del segno della funzione  $f$ , sulla base delle informazioni ottenute in precedenza? Motivare la risposta.

---

**Esercizio 2.** Al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \log \sqrt{1 + x^2} - \cosh x}{x^{3\alpha} (e^{7x} - 1)}.$$

---

**Esercizio 3.** Calcolare il seguente limite di successione:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n-1)! + \log(n^2 + 3) + 3^n}{\sqrt{n^{2n+2}} + 7n! - n^{n+1}} \sin \left( \frac{1}{2(n+1)^n} \right).$$

---

## PARTE TEORICA

a) Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

Data una funzione  $f : ]a, b[ \rightarrow \mathbb{R}$  dire se la seguente implicazione vale o meno, motivando la risposta

$$x_0 \in ]a, b[ \text{ punto stazionario di } f \quad \Rightarrow \quad x_0 \in ]a, b[ \text{ punto di estremo relativo di } f.$$

b) Dato un sottoinsieme  $A$  di  $\mathbb{R}$ , dare la definizione di *maggiorante* e *minorante*, *massimo* e *minimo*, *estremo superiore* ed *estremo inferiore* di  $A$ . Che cosa vuol dire che un sottoinsieme di  $\mathbb{R}$  è *superiormente* (o *inferiormente*) *limitato*? Produrre un esempio di un sottoinsieme di  $\mathbb{R}$  superiormente limitato che non ha il massimo.